

Calcolo numerico 1 con laboratorio

Prof. Marco Caliari

Verona, 10 luglio 2023

I codici di tutti gli esercizi devono essere inseriti in un unico file, basato sul template disponibile alla pagina https://profs.scienze.univr.it/caliari/aa2122/calcolo_numerico1/VR123456.m e con nome uguale al proprio numero di matricola, da inviare all'indirizzo email `marco.caliari@univr.it`. File difformi da queste indicazioni comporteranno l'annullamento del compito. Qualunque riga di codice o commento non pertinente sarà valutato negativamente. Questo foglio va compilato e riconsegnato. Chi intende ritirarsi mandi comunque un'email comunicando la propria intenzione.

Numero di matricola _____

1. Si valuti la quantità

$$\frac{\sqrt[4]{1+x} - 1}{x}$$

per $x = 10^{-15}$ con almeno tre cifre significative corrette.

2. Si determini il valore di a con almeno 6 cifre significative corrette tale che le due curve $y = \cos(ax)$ e $y = \sin(a^2x)$ si intersichino nel punto $\frac{1}{2}$.
3. Si risolva il sistema lineare $A^{20}x = b$, ove

$$A = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

usando la fattorizzazione $PA = LU$.

4. Date 10 ascisse $\{x_i\}_{i=1}^{10}$ equispaziate in $[0, 1]$ e le corrispondenti 10 ordinate $y_i = \sin(x_i)$, si calcolino i coefficienti $\{a_k\}_{k=1}^3$ che rendono la funzione

$$f(x) = \sum_{k=1}^3 a_k \sin((k+1)\pi x)$$

approssimante nel senso dei minimi quadrati le coppie $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^{10}$. Si mostri il risultato ottenuto con un grafico e si calcoli

$$\sum_{i=1}^{10} (f(x_i) - y_i)^2.$$

5. Usando un'opportuna formula di quadratura, si calcoli

$$\int_0^3 |\log x| dx$$

con un errore inferiore a 10^{-4} .