

Calcolo numerico 1 con laboratorio

Prof. Marco Caliari

Verona, 17 settembre 2024

I codici di tutti gli esercizi devono essere inseriti in un unico file, basato sul template disponibile alla pagina https://profs.scienze.univr.it/caliari/aa2324/calcolo_numerico1/VR123456.m e con nome uguale al proprio numero di matricola, da inviare all'indirizzo email `marco.caliari@univr.it`. File difformi da queste indicazioni comporteranno l'annullamento del compito. Qualunque riga di codice o commento non pertinente sarà valutato negativamente. Questo foglio va compilato e riconsegnato. Chi intende ritirarsi mandi comunque un'email comunicando la propria intenzione.
Numero di matricola _____

1. Si scriva un codice che calcola il risultato di

$$\frac{\sqrt[8]{1+ax} - 1}{ax}$$

con $a = 3$ e $x = 10^{-15}$, con un errore rispetto al risultato esatto inferiore a 10^{-8} .

2. Si determini il valore positivo del parametro a tale per cui

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 e^{-at^2} dt$$

vale 0.9, usando uno dei metodi visti durante il corso.

3. Si usi la fattorizzazione $PA = LU$ della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 10 \end{bmatrix}$$

per risolvere il sistema lineare $Ax = A^{-1}b$, ove $b = [1, 2, 3]^T$, senza usare il comando `inv`.

4. Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{1 + 25x^2}$$

e il polinomio $p_1(x)$ di grado uno che la interpola nei punti -1 e 1 . Si aggiunga un punto di interpolazione dove l'errore tra $f(x)$ e $p_1(x)$ è massimo nell'intervallo $[-1, 1]$ e si consideri il corrispondente polinomio interpolatore $p_2(x)$ di grado due. Si ripeta la procedura fino a trovare un polinomio interpolatore $p_n(x)$ di grado n tale per cui

$$\max_{x \in [-1, 1]} |p_n(x) - f(x)| \leq 0.5.$$

Quanto vale n ? Per il calcolo dei polinomi interpolatori si usi uno dei metodi visti durante il corso.

5. Si approssimi il seguente integrale definito

$$\int_0^3 (e^{2x} - e^x + 1) dx$$

con una formula di quadratura vista durante il corso. È possibile calcolare il valore esatto? Se sì, con quanti nodi di quadratura?