

Calcolo numerico 1 con laboratorio

Prof. Marco Caliari

Verona, 3 febbraio 2025

I codici di tutti gli esercizi devono essere inseriti in un unico file, basato sul template disponibile alla pagina https://profs.scienze.univr.it/caliari/aa2324/calcolo_numerico1/VR123456.m e con nome uguale al proprio numero di matricola, da inviare all'indirizzo email `marco.caliari@univr.it`. File difformi da queste indicazioni comporteranno l'annullamento del compito. Qualunque riga di codice o commento non pertinente sarà valutato negativamente. Questo foglio va compilato e riconsegnato. Chi intende ritirarsi mandi comunque un'email comunicando la propria intenzione.
Numero di matricola _____

1. Si implementi un'espressione che calcola il valore di

$$\frac{5(1-x)}{\sqrt{x} - \sqrt{x^2 + x} - 1}$$

per $x = 1 + 10^{-15}$ con almeno 4 cifre significative corrette.

2. Date le coppie di punti $(x_1, y_1) = (0, 0)$, $(x_2, y_2) = (1, 1)$ e $(x_3, y_3) = (2, 2)$, si determini con uno dei metodi visti durante il corso il valore del parametro a tale per cui la funzione $f(x) = e^{ax}$ li approssima nel senso dei minimi quadrati

$$\sum_{i=1}^3 (y_i - f(x_i))^2.$$

3. Si generi un vettore b con il comando `randn(4,1)` e una matrice B con il comando `randn(4)`. Si calcoli poi $A = BB^T$. Si usi la fattorizzazione di Choleski di A per risolvere il sistema lineare $A^2x = b$.
4. Si considerino le coppie di punti date da 1001 ascisse equispaziate nell'intervallo $[-5, 5]$ e le corrispondenti ordinate date dalla valutazione della funzione

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}.$$

Si selezionino 13 coppie tra esse, in modo che il corrispondente polinomio interpolatore disti meno di 0.1 dalla funzione f quando valutato nelle rimanenti ascisse.

5. Per $r = 3$, si approssimi il seguente integrale definito

$$\int_{-r}^r f(x) dx$$

ove

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{2}|x+1| & -r \leq x \leq 0 \\ \sqrt{r-x} & 0 < x \leq r \end{cases}$$

con il metodo che si ritiene più appropriato (escluso `integral`). È possibile calcolare il valore esatto? Se sì, con quali formule di quadratura? E quanti nodi di quadratura, almeno?