

Calcolo numerico 1 con laboratorio

Prof. Marco Caliari

Verona, 14 luglio 2025

I codici di tutti gli esercizi devono essere inseriti in un unico file, basato sul template disponibile alla pagina https://profs.scienze.univr.it/caliari/aa2324/calcolo_numerico1/VR123456.m e con nome uguale al proprio numero di matricola, da inviare all'indirizzo email `marco.caliari@univr.it`. File difforni da queste indicazioni comporteranno l'annullamento del compito. Qualunque riga di codice o commento non pertinente sarà valutato negativamente. Questo foglio va compilato e riconsegnato. Chi intende ritirarsi mandi comunque un'email comunicando la propria intenzione.

Numero di matricola _ _ _ _ _

1. La funzione $\varphi_3(x)$ è definita da

$$\varphi_3(x) = \frac{e^x - 1 - x - \frac{x^2}{2}}{x^3}, \quad x \neq 0$$

e da $\varphi_3(0) = 1/6$. Calcolare $\varphi_3(10^{-5})$ con un errore relativo inferiore a 10^{-8} .

2. Si calcoli il punto di massimo della funzione

$$f(x) = \int_0^{x^2} (e^{-t^2} + \sin t) dt$$

nell'intervallo $[1, 3]$ con almeno 4 cifre corrette.

3. Si generi la matrice A con il comando `A = toeplitz([d,1,0,0,0,0])`, ove $d = 2$. Si usi la fattorizzazione di A più appropriata per risolvere il sistema lineare

$$A^2 \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}^T$$

4. Si considerino 11 nodi di Chebyshev nell'intervallo $[-5, 5]$. Se ne usino 7 per interpolare, con la forma di Newton, la funzione di Runge in modo che l'errore di approssimazione massimo in tutto l'intervallo sia inferiore a 0.4.
5. Si approssimi l'integrale definito

$$\int_{-a}^a |x^2 - a| dx$$

per $a = 7$ con una opportuna formula di quadratura non adattativa, in modo che l'errore sia minore di 10^{-2} . È possibile calcolare il valore esatto? Se sì, con quanti nodi di quadratura in tutto?