

Calcolo numerico 2 con laboratorio

Prof. Marco Caliari

Verona, 8 febbraio 2022

Inviare un unico file, ottenuto comprimendo una cartella dal nome uguale al proprio numero di matricola e contenente tutti i file necessari ad eseguire gli script `main1.m`, `...`, `main6.m`, uno per ogni punto del testo, all'indirizzo email `marco.caliari@univr.it`. Chi intende ritirarsi mandi comunque la propria intenzione.

1. Si determini il numero minimo di iterazioni del metodo di Gauss–Seidel, a partire da $x^{(0)} = (0, 0, 0, 0)^T$, per risolvere il sistema lineare $Ax = b$ con

$$A = \text{toeplitz}([3.5, 3, 1.9, 1.05]), \quad b = A * (1:4)'$$

con un errore assoluto (misurato in norma Euclidea) rispetto alla soluzione analitica minore di 10^{-1} .

2. Si calcoli la soluzione x del sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

che minimizza la quantità $b^T b - 2b^T Ax + x^T A^T Ax$.

3. Si approssimi il punto critico della funzione $f(x, y) = x^2 - y^2 + \sinh x - \cosh y$ più vicino a $(0, 0)$ e si dica se è un punto di massimo, di minimo, o nessuno dei due.
4. Data la matrice A del punto 1., si approssimi l'autovalore più grande in modulo della matrice $A^2 - 3A + I$, senza costruirla esplicitamente e senza calcolare gli autovalori di A .
5. Si calcoli il valore in $\pi/4$ della derivata di una spline cubica che interpola la funzione $f(x) = 1/(\sin x + 2)$ nei punti $x_i = i\pi/9$, $i = 0, 1, \dots, 9$.
6. Si approssimi il valore dell'integrale

$$\int_0^1 \left| x^2 - \frac{1}{2} \right| + \left| \frac{1}{3} - x \right| dx$$

con la formula di quadratura gaussiana che si ritiene più adatta. È possibile calcolare il valore esatto mediante formule di quadratura gaussiana? Se sì, con quanti nodi di quadratura?