Calcolo numerico 2 con laboratorio

Prof. Marco Caliari

Verona, 7 luglio 2023

Inviare un unico file, ottenuto comprimendo una cartella dal nome uguale al proprio numero di matricola e contenente tutti i file necessari ad eseguire gli script `main1.m`, ..., `main6.m`, uno per ogni punto del testo, all'indirizzo email `marco.caliari@univr.it`. File difformi da queste indicazioni comporteranno l'annullamento del compito. Qualunque riga di codice o commento non pertinente sarà valutato negativamente. Questo foglio va compilato e riconsegnato. Chi intende ritirarsi mandi comunque un'email comunicando la propria intenzione.
Numero di matricola ________

1. Usando il metodo di Gauss–Seidel, si calcoli la soluzione del sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4.45 & 6 & 7.5 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1000 \\ 3895 \\ 5000 \end{bmatrix}$$

   in modo che l'errore relativo in norma euclidea rispetto alla soluzione esatta sia inferiore a 10^{-4}.

2. Si consideri il sistema lineare sottodeterminato

$$Bx = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

   ove la matrice B coincide con le prime due righe della matrice dell'esercizio precedente. Si calcoli la soluzione la cui prima componente è nulla.

3. Si determinino i parametri a e b in modo che la curva

$$y = \mathrm{e}^{(a+b)x} + \frac{1}{1+abx}$$

   passi per i punti $(1,1)$ e (P_2, P_2), con $P_2 = 2$.

4. Detta M la matrice

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

   si calcoli l'autovalore λ più piccolo in modulo del problema $Ax = \lambda Mx$, ove A è la matrice del primo esercizio, e il corrispondente autovettore.

5. Si calcoli la spline cubica che interpola la funzione $f(x) = \sin(x)$ nei punti $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ e la cui derivata assume agli estremi i valori della derivata della funzione $f(x)$. Si calcoli la differenza tra la derivata della spline nel punto 3 e la derivata della funzione $f(x)$ nel medesimo punto.

6. Si calcoli il valore dell'integrale
$$\int_{-a}^{a} f(x)dx$$
ove $a = 2$ e
$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x-1}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$
usando una formula di quadratura gaussiana, con almeno 6 cifre significative corrette.