Calcolo numerico 2 con laboratorio

Prof. Marco Caliari

Verona, 5 febbraio 2024

Inviare un unico file, ottenuto comprimendo una cartella dal nome uguale al proprio numero di matricola e contenente tutti i file necessari ad eseguire gli script `main1.m`, ..., `main6.m`, uno per ogni punto del testo, all'indirizzo email `marco.caliari@univr.it`. File difformi da queste indicazioni comporteranno l'annullamento del compito. Qualunque riga di codice o commento non pertinente sarà valutato negativamente. Questo foglio va compilato e riconsegnato. Chi intende ritirarsi mandi comunque un'email comunicando la propria intenzione.
Numero di matricola _________

1. Si considerino la matrice A ed il vettore b

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 9 \\ 7 & 10 & 5 \end{bmatrix}, \quad b = A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

e si dica, senza testarlo, se il metodo di Jacobi converge alla soluzione. Attraverso una o più operazioni elementari, si applichi il metodo di Jacobi ad un sistema equivalente e si determini il numero di iterazioni minimo perché il metodo converga, a partire dalla soluzione nulla, alla soluzione analitica a meno di un errore in norma-2 inferiore a 10^{-2}.

2. Per la matrice originale del punto precedente si costruisca una matrice Q tale che

$$QA = \begin{bmatrix} 10 & 2 & 3 \\ * & * & * \\ * & 0 & * \end{bmatrix}$$

3. Si usi il metodo di Newton per trovare il punto di massimo più vicino a $(0,0)$ della funzione $f(x,y) = -xy - x^2 - y^2 + \cosh(x+1)$.

4. Per la matrice A del punto 1. si usi il metodo delle potenze per approssimarne l'autovalore più vicino a -4 con dodici cifre significative corrette. Si approssimi anche l'autovettore corrispondente.

5. Si costruisca la spline cubica vincolata che meglio approssima la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\cos x - 1}{x}, & 0 < x \le 1 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

in 5 punti equispaziati in $[0,1]$.

6. Si approssimi il valore dell'integrale

$$\int_{-a}^{a} |x^6 - 1| \mathrm{d}x, \quad a = 3$$

con la formula di quadratura gaussiana che si ritiene più adatta. È possibile calcolare il valore esatto mediante formule di quadratura gaussiana? Se sì, con quanti nodi di quadratura?