

Calcolo numerico 2 con laboratorio

Prof. Marco Caliari

Verona, 20 febbraio 2024

Inviare un unico file, ottenuto comprimendo una cartella dal nome uguale al proprio numero di matricola e contenente tutti i file necessari ad eseguire gli script `main1.m`, `...`, `main6.m`, uno per ogni punto del testo, all'indirizzo email `marco.caliari@univr.it`, con oggetto Calcolo numerico 2. File difforni da queste indicazioni comporteranno l'annullamento del compito. Qualunque riga di codice o commento non pertinente sarà valutato negativamente. Questo foglio va compilato e riconsegnato. Chi intende ritirarsi mandi comunque un'email comunicando la propria intenzione.

Numero di matricola _____

1. Si considerino la matrice A ed il vettore b

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 9 \\ 7 & 9 & a \end{bmatrix}, \quad b = A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

e si trovi un valore per a per cui sia il metodo di Jacobi che il metodo di Gauss–Seidel convergono alla soluzione. Senza testarli, si dica quale dei due converge più velocemente alla soluzione e si giustifichi la risposta.

2. Per la matrice A e il termine noto b usati nel punto precedente, si usi la fattorizzazione SVD di A per risolvere il sistema lineare $A^T A x = b$, senza usare i comandi `\(mldivide)`, `inv` o `^(-1)`.
3. Si trovi il punto stazionario più vicino a $(0.8, -0.8)$ della funzione $f(x, y) = x^3 - y^3 + e^x y$ e si verifichi che è un punto di minimo.
4. Per la matrice A del punto 1., si usi il metodo delle potenze per approssimarne l'autovalore più piccolo in modulo con sei cifre significative corrette e il relativo autovettore.
5. Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt{2 - x^2}$ nel suo intervallo di definizione. Quale spline cubica $S(x)$ conviene usare per interpolare $f(x)$ su 11 nodi equispaziati affinché $S(x)$ meglio approssimi $f(x)$? Si risponda prima senza provare e poi si verifichi il risultato.
6. Si approssimi il valore dell'integrale

$$\int_0^4 \sqrt{|2 - x|} dx$$

con la formula di quadratura gaussiana che si ritiene più adatta. È possibile calcolare il valore esatto mediante formule di quadratura gaussiana? Se sì, con quanti nodi di quadratura?