Calcolo numerico 2 con laboratorio

Prof. Marco Caliari

Verona, 3 settembre 2024

Inviare un unico file, ottenuto comprimendo una cartella dal nome uguale al proprio numero di matricola e contenente tutti i file necessari ad eseguire gli script `main1.m`, ..., `main6.m`, uno per ogni punto del testo, all'indirizzo email `marco.caliari@univr.it`, con oggetto Calcolo numerico 2. File difformi da queste indicazioni comporteranno l'annullamento del compito. Qualunque riga di codice o commento non pertinente sarà valutato negativamente. Questo foglio va compilato e riconsegnato. Chi intende ritirarsi mandi comunque un'email comunicando la propria intenzione.
Numero di matricola _________

1. Si considerino la matrice A ed il vettore b
$$A = \begin{bmatrix} 10 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 9 \\ 7 & 15 & a \end{bmatrix}, \quad b = A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$
e si trovi un valore per a per cui sia il metodo di Jacobi che il metodo di Gauss–Seidel convergono alla soluzione. Senza testarli, si dica quale dei due converge più velocemente alla soluzione e si giustifichi la risposta. Si calcoli poi la soluzione con il metodo di Jacobi, a partire dal vettore iniziale nullo, con un residuo in norma euclidea inferiore a 10^{-2}.

2. Si calcoli una soluzione del sistema lineare
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$$
di norma euclidea pari ad 5.

3. Si usi il metodo di Newton per trovare due numeri complessi z e w tali che $z^2 = -1/w - 3$ e $z + 2/w = 1$.

4. Si approssimino i due autovalori più grandi in modulo della matrice del punto 2. con un errore inferiore a 10^{-7}, senza usare il comando `eig`.

5. Si calcoli la spline cubica che interpola la funzione $f(x) = \cos(x)$ in 6 punti equispaziati nell'intervallo $[-\pi, \pi]$ e che ha derivate seconde coincidenti con quelle di f agli estremi dell'intervallo. Si misuri l'errore massimo tra f e la spline.

6. Si approssimi l'integrale

$$\int_{-2}^{3} \frac{\exp(x)}{\sqrt{6+x-x^2}} dx$$

con un errore inferiore a 10^{-6} utilizzando il minor numero di nodi di quadratura possibile.