Metodi numerici per le equazioni differenziali

Prof. Marco Caliari

Verona, 3 febbraio 2022

Inviare un unico file, ottenuto comprimendo una cartella dal nome uguale al proprio numero di matricola e contenente tutti i file necessari ad eseguire gli script `main1.m`, ..., `main2.m`, uno per ogni punto del testo, all'indirizzo email `marco.caliari@univr.it`. Chi intende ritirarsi mandi comunque un'email comunicando la propria intenzione.

1. Si risolva l'equazione del pendolo non lineare

$$\begin{cases} \theta''(t) = -\sin\theta(t) \\ \theta(0) = \dfrac{\pi}{4} \\ \theta'(0) = 0 \end{cases}$$

con il seguente metodo

$$\boldsymbol{y}_{n+2} = \boldsymbol{y}_{n+1} + k\left(\frac{5}{12}\boldsymbol{f}(t_{n+2},\boldsymbol{y}_{n+2}) + \frac{8}{12}\boldsymbol{f}(t_{n+1},\boldsymbol{y}_{n+1}) - \frac{1}{12}\boldsymbol{f}(t_n,\boldsymbol{y}_n)\right)$$

e se ne verifichi numericamente l'ordine. Che tipo di metodo è?

2. Si risolva il problema differenziale

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t}(t,x) = \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}(t,x) + \dfrac{1}{4}u(t,x)^2, & t\in(0,1],\ x\in(0,1) \\ \dfrac{\partial u}{\partial x}(t,0) = 0, & t\in[0,1] \\ u(t,1) = -1, & t\in[0,1] \\ u(0,x) = \cos(\pi x), & x\in[0,1] \end{cases}$$

con il metodo Eulero–Rosenbrock esponenziale e se ne mostri il corretto ordine di convergenza rispetto ad una soluzione di riferimento al tempo $t^* = 1$.