

Metodi numerici per le equazioni differenziali

Prof. Marco Caliari

Verona, 5 febbraio 2024

Inviare un unico file, ottenuto comprimendo una cartella dal nome uguale al proprio numero di matricola e contenente tutti i file necessari ad eseguire gli script `main1.m`, `...`, `main2.m`, uno per ogni punto del testo, all'indirizzo email `marco.caliari@univr.it`. File difformi da queste indicazioni comporteranno l'annullamento del compito. Qualunque riga di codice o commento non pertinente sarà valutato negativamente. Questo foglio va compilato e riconsegnato. Chi intende ritirarsi mandi comunque un'email comunicando la propria intenzione.
Numero di matricola _____

1. Si risolva il seguente problema differenziale

$$\begin{cases} y_1'(t) = \frac{I_2 - I_3}{I_2 I_3} y_2(t) y_3(t) \\ y_2'(t) = \frac{I_3 - I_1}{I_3 I_1} y_3(t) y_1(t) \\ y_3'(t) = \frac{I_1 - I_2}{I_1 I_2} y_1(t) y_2(t) \end{cases}$$

ove $I_1 = 2$, $I_2 = 1$, $I_3 = 2/3$ e $\mathbf{y}(0) = [1, 1, 4]^T$ con il metodo

$$\mathbf{y}_{n+3} - \frac{18}{11} \mathbf{y}_{n+2} + \frac{9}{11} \mathbf{y}_{n+1} - \frac{2}{11} \mathbf{y}_n = \frac{6}{11} k \mathbf{f}(t_{n+3}, \mathbf{y}_{n+3}),$$

usando il metodo dei trapezi per i valori \mathbf{y}_1 e \mathbf{y}_2 . Si mostri il corretto ordine di convergenza per la soluzione al tempo $t^* = 1$.

2. Si risolva il problema differenziale

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(t, x) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(t, x) + (1 + u(t, x)^2) & t \in (0, 1], x \in (0, \pi/2) \\ \frac{\partial u}{\partial x}(t, 0) = 0 & t \in (0, 1] \\ u(t, \pi/2) = 0 & t \in (0, 1] \\ u(0, x) = 0 & \end{cases}$$

tramite differenze finite centrate e Eulero–Rosenbrock esponenziale. Si mostri il corretto ordine di convergenza del metodo di integrazione temporale rispetto alla soluzione analitica al tempo $t^* = 1$.