

Metodi numerici per le equazioni differenziali

Prof. Marco Caliari

Verona, 16 settembre 2025

Inviare un unico file, ottenuto comprimendo una cartella dal nome uguale al proprio numero di matricola e contenente tutti i file necessari ad eseguire gli script `main1.m`, `...`, `main2.m`, uno per ogni punto del testo, all'indirizzo email `marco.caliari@univr.it`. File difformi da queste indicazioni comporteranno l'annullamento del compito. Qualunque riga di codice o commento non pertinente sarà valutato negativamente. Questo foglio va compilato e riconsegnato. Chi intende ritirarsi mandi comunque un'email comunicando la propria intenzione.

L'uso di strumenti di intelligenza artificiale è vietato, pena l'annullamento del compito.

Numero di matricola _____

1. Si risolva l'equazione del pendolo non lineare

$$\begin{cases} \theta''(t) = -\sin \theta(t) \\ \theta(0) = \frac{\pi}{4} \\ \theta'(0) = 0 \end{cases}$$

con il metodo di Runge-Kutta di tableau

$$\begin{array}{c|cc} 0 & \frac{1}{2} & \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ \hline & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}$$

e se ne verifichi numericamente l'ordine al tempo finale $t^* = 2$.

2. Si risolva il problema differenziale

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(t, x) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(t, x) + \frac{\sin x}{2} \left(\cos \frac{t}{2} - \sin \frac{t}{2} \right) & t \in (0, 1], x \in (0, \pi/2) \\ u(t, 0) = 0 & t \in (0, 1] \\ \frac{\partial u}{\partial x}(t, \pi/2) = 0 & t \in (0, 1] \\ u(0, x) = \sin x \end{cases}$$

con il metodo esponenziale punto medio. Si mostri il corretto ordine di convergenza del metodo di integrazione temporale rispetto alla soluzione analitica al tempo $t^* = 1$.